МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Лабораторна робота №2

з дисципліни

«Теорія прийняття рішень»

ВИКОНАЛИ:

студенти групи КН-35а

Бойко М.О.

Яковенко А.А.

ПЕРЕВІРИВ:

доцент каф. ПІІТУ

Воловщиков В.Ю.

Харків 2019

**Тема:** розв’язання багатокритеріальної задачі щодо знаходження ефективних альтернатив за допомогою теореми Гермейєра.

**Завдання для виконання:** вирішити наступну задачу багатокритеріальної оптимізації



**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному вигляді**

У загальному випадку формально задача багатокритеріальної оптимізації, ключовою особливістю якої є суперечливість множини функцій мети (критеріїв), може бути подана в наступному вигляді:



де  та  – множини індексів функцій мети , які відповідно максимізуються та мінімізуються, причому ;  – множина індексів функцій , що визначають обмеження задачі та формують множину припустимих варіантів альтернатив ;  – вектор змінних задачі багатокритеріальної оптимізації, з яким пов’яжемо поняття альтернативи – варіанта розв’язку, що задовольняє обмеження задачі і є способом досягнення поставлених цілей.

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до теореми Гермейєра в загальному вигляді**

Основні положення теореми Гермейєра формулюються не для первісно заданої множини функцій мети , а для множини функцій , що складається з монотонних перетворень окремих функцій мети , які приводять їх до безрозмірного вигляду.

Коротко зупинимося на зазначених перетворень. За останні можна взяти одну з монотонних функцій такого вигляду:

 (1)

 (2)

 (3)

де  – найменші і найбільші значення функцій мети, які відповідно максимізуються і мінімізуються на множині припустимих варіантів альтернатив;  – оптимальне значення -ї функції мети на множині припустимих варіантів альтернатив;  – число, що визначає степінь, на яку підноситься перетворення (1) або (2).

Згідно теореми Гермейєра, множина ефективних альтернатив для множини функцій мети  може бути знайдена шляхом розв’язання наступної задачі при використанні перетворень (1) або (2) або (3):



Особливістю даної теореми є той факт, що ніякі умови на вигляд функцій  і обмежень, що описують множину припустимих варіантів альтернатив *А*, не накладаються.

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації згідно з виданим завданням**

Згідно виданого завдання задача багатокритеріальної оптимізації прийме наступний вигляд:



**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до теореми Гермейєра згідно до виданого завдання**

Згідно теореми Гермейєра для виконання перетворень (1)-(3) необхідно знайти мінімальне та максимальне значення окремо для кожної функції мети на допустимій множині альтернатив:







Перетворення (1) приймуть наступний вигляд:







Отже задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (1) матиме вигляд:



Перетворення (2) приймуть наступний вигляд:



Отже задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (2) матиме вигляд:



Перетворення (3) при  приймуть наступний вигляд:





Задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (3) матиме вигляд:



Розглянемо 3 різних набори значень вагових коефіцієнтів:

* ;
* ;
* .

Результати розрахунків були занесені до таблиці 1.

Таблиця 1 – Результати розрахунків

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |
| 1 | 0,7 | 0,2 | 0,1 | 3,65 | 1,07 | 0,28 | 8,65 | -3,13 | 0,27 | 0,13 | 0,47 | 0,94 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 |
| 0,3 | 0,6 | 0,1 | 1,88 | 3 | 0,11 | 6,88 | 0,88 | 0,11 | 0,31 | 0,16 | 0,97 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,97 |
| 0,1 | 0,1 | 0,8 | 0 | 0,54 | 4,45 | 5 | -8,36 | 4,45 | 0,5 | 0,87 | 0,1 | 0,05 | 0,08 | 0,08 | 0,08 |
| 2 | 0,7 | 0,2 | 0,1 | 2 | 3 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0,3 | 0,66 | 1 | 0,21 | 0,13 | 0,1 | 0,44 |
| 0,3 | 0,6 | 0,1 | 0 | 3 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0,7 | 0 | 1 | 0,21 | 0 | 0,1 | 0,31 |
| 0,1 | 0,1 | 0,8 | 0 | 0 | 5 | 5 | -10 | 5 | 0,5 | 4,33 | 0 | 0,05 | 0,43 | 0 | 0,48 |
| 3 | 0,7 | 0,2 | 0,1 | 2,76 | 2,23 | 0 | 7,76 | -0,52 | 0 | 0,05 | 1,38 | 1 | 0,03 | 0,27 | 0,1 | 0,06 |
| 0,3 | 0,6 | 0,1 | 2 | 3 | 3 | 7 | 1 | 0 | 0,09 | 0,44 | 1 | 0,02 | 0,26 | 0,1 | 0,05 |
| 0,1 | 0,1 | 0,8 | 1,08 | 3 | 3 | 5,17 | 1,91 | 0 | 0,23 | 0,13 | 1 | 0,02 | 0,01 | 0,8 | 0,03 |

де  - ефективна альтернатива.

**Висновки**

На даній лабораторній роботі було вивчено загальні положення задач багатокритеріальної оптимізації та теорему Гермейера про знаходження ефективних альтернатив для багатокритеріальних задач лінійного (нелінійного) програмування. Було вирішено задачу багатокритеріальної оптимізації на основі виданого завдання за допомогою теореми Гермейера.

Проаналізуємо отримане рішення задачі. Якщо відшукати ефективні альтернативи при вагових коефіцієнтах , то для перетворення (1), (2) і (3) будуть знаходитись різні ефективні альтернативи. Для (1) мінімум буде досягатися в точці (3,65; 1,07; 0,28), для (2) мінімум досягається в точці (1,88; 3, 0,11) і, нарешті, для (3) в точці (0; 0,54; 4,45). При вагових коефіцієнтах , для перетворення (1) у точці (2; 3; 0) досягається мінімум, у перетворенні (2) при таких коефіціентах мінімум досягається у точці (0; 3; 0), та мінімум (3) досягається у (0; 0; 5). Якщо ж вагові коефіцієнти , то у такому випадку мінімум (1) досягається у точці (2,76; 2,33; 0), для перетворення (2) мінімум знаходиться у точці (2; 3; 0) і, нарешті, для перетворення (3) у точці (1,08 ; 3; 0) знаходиться мінімум.